

A photograph of various school supplies arranged on a light blue background with a faint grid pattern. At the top left is a black calculator. Below it is an orange pen. Scattered around are several paperclips of different colors (pink, blue, yellow, red) and sizes, along with a few pushpins. In the center, there is a cluster of colorful, 3D-style numbers (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0) in various colors (red, yellow, green, blue, pink). A spiral-bound notebook is visible at the bottom left. The background has a watermark that reads "dreamstime" diagonally.

# INTRODUCCION AL ALGEBRA Y SUS PRINCIPALES OPERACIONES

MODULO 1

GRADO 8

INSTITUCION EDUCATIVA  
TECNICA ALFONSO  
ARANGO TORO



### ESTANDARES:

- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada
- Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas
- Modela situaciones de variación con funciones polinómicas.

### PREGUNTA

¿La vida cotidiana puede manifestarse y evidenciarse como una expresión algebraica y hablarla desde el lenguaje algebraico?

### OBJETIVOS

- Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos.
- Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación

### SABERES/APRENDIZAJES:

- ❖ La expresión algebraica
- ❖ Los términos semejantes
- ❖ El valor numérico
- ❖ Operaciones básicas con monomios (sumas, restas, multiplicación, división)
- ❖ Operaciones con Polinomios
- ❖ Productos notables
- ❖ Cocientes notables
- ❖ Regla de Ruffini

### ACTIVIDADES:

- ❖ **Actividad N°1:** Aprendo y comprendo el lenguaje Algebraico
- ❖ **Actividad N°2:** Simplifico la expresión algebraica (términos semejantes – valor numérico)



# 1

❖ **Actividad Nº3:** Opero con monomios Algebraicos

❖ **Actividad Nº4:** Opero los Polinomios algebraicos

❖ **Actividad Nº5:** Los Productos Notables, Los Cocientes Notables y la regla de Ruffini

## LINKS:

Video 1. <https://www.youtube.com/watch?v=Cv3T6QTnofs>. Suma y Resta con monomios

Video 2. <https://www.youtube.com/watch?v=jaGobulkw6U>. multiplicación de monomios

Video 3. [https://www.youtube.com/watch?v=2PWac\\_RQ6lc](https://www.youtube.com/watch?v=2PWac_RQ6lc). División entre monomios.

Video 4. <https://www.youtube.com/watch?v=Yng9FbUK2MY> suma y resta de polinomios

Video 5. <https://www.youtube.com/watch?v=Y7rvipk5NO4> multiplicación de polinomios

Video 6. [https://www.youtube.com/watch?v=XYNruwyOY\\_s](https://www.youtube.com/watch?v=XYNruwyOY_s) división entre polinomios

Video 7. <https://www.youtube.com/watch?v=l1L8F3o93q0> productos notables

Video 8 y 9. [https://www.youtube.com/watch?v=eXT6\\_RcRt1I](https://www.youtube.com/watch?v=eXT6_RcRt1I)

<https://www.youtube.com/watch?v=WYnn0sYZtic> cocientes notables.

Video 10 . <https://www.youtube.com/watch?v=t8yrL3OFtRo> regla de Ruffini

## FECHAS DE ENTREGA

❖ Actividad Nº1: Aprendo y comprendo el lenguaje Algebraico  
27 de abril 2020

❖ Actividad Nº2: Simplifico la expresión algebraica (términos semejantes – valor numérico)  
04 de mayo 2020

❖ Actividad Nº3: Opero con monomios Algebraicos  
11 de Mayo 2020

❖ Actividad Nº4: Opero los Polinomios algebraicos  
18 de Mayo 2020

❖ Actividad Nº5: Los Productos Notables, Los Cocientes Notables y la regla de Ruffini  
25 de mayo 2020

**NOTA:** las fechas están sujetas a cambios y acuerdos por vía telefónica, WhatsApp o por intervención del orientador de grado.

# 1

# 2

# 3

# 4

# 5

# 6

# 7

## EL ALGEBRA

Se entiende como álgebra a una rama de las matemáticas que se centra en las relaciones, estructuras y cantidades. sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división) pero que, a diferencia de la aritmética, se vale de símbolos ( $a$ ,  $x$ ,  $y$ ) en lugar de utilizar números. Esto permite formular leyes generales y hacer referencia a números desconocidos (incógnitas), lo que posibilita el desarrollo de ecuaciones y el análisis correspondiente a su resolución.

Algunos investigadores dicen que El álgebra es una invención de los árabes y se expandió por Europa en el siglo XII.

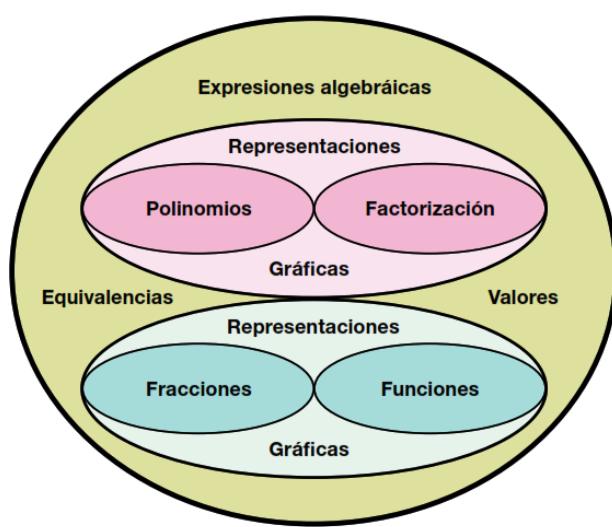
La utilización de letras en las matemáticas se remonta a la época de los griegos que escribían los números mediante letras. Lo mismo puede decirse de la cultura romana.

Hacia el siglo XVI, los matemáticos ya se habían dado cuenta de que sería mejor tener símbolos para una “cosa” que se buscaba, es decir, para la “incógnita” ( $x$ ) y para los números que intervenían en las ecuaciones cuando no importaba qué números concretos debían ser.

Pero si por algún momento quieres referirte a el libro del Algebra de Baldor, ya se estaría tratando de un libro escrito por Aurelio Baldor, matemático cubano nacido en el año 1906; su vida la dedicó a escribir teoremas y ejercicios de matemáticas, la primera edición la sacó hacia el año 1941 y contiene en su totalidad 5.790 ejercicios, en promedio, hacia el año de 1948 Aurelio Baldor vendió sus derechos de autor a la editorial mexicana *Publicaciones Culturales*, pero también se dice que el libro fue editado en Venezuela, Colombia y España.

La siguiente grafica muestra como se encuentra conformado el Algebra y cual es la relacion entre ellos

### ÁLGEBRA



# 1

# 2

# 3

# 4

# 5

# 6

# 7

# 8

# 9

1



B

2



C

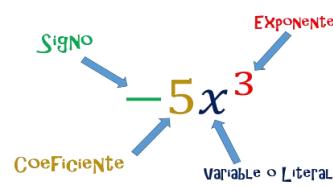
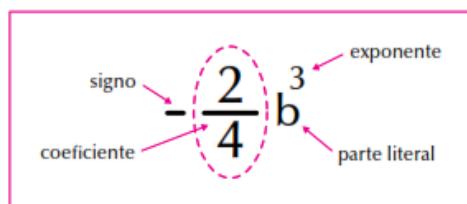
## CONCEPTOS BASICOS

### • La Expresión Algebraica

Las expresiones algebraicas se componen de **letras y números** y forman los llamados polinomios. Ellos son parte del lenguaje algebraico.

Los Números son cantidades conocidas, mientras que las letras se usan para identificar cantidades desconocidas, por ejemplo: *en un salón de clase del colegio San Agustín hay x cantidad de alumnos*, como no se sabe cuántos alumnos hay en un salón del colegio mencionado entonces se reemplaza por una letra, en nuestro caso utilizamos la letra X

un término o expresión algebraica consta de signo, coeficiente, parte literal y exponente:



- El Coeficiente**, se refiere al producto o cantidad o número que se encuentra dentro de la expresión algebraica y que multiplica y/o acompaña la parte literal. En caso que no exista un numero como coeficiente, en algebra el número será el 1 solo que este es manera imaginaria es decir no se escribe, pero se sabe que vale 1, ejemplo:  $a^2$ , el coeficiente en este caso es el número 1, es decir existe una sola "a" elevada al cuadrado.
- La parte Literal**, son las letras que acompañan siempre el coeficiente, junto a ellas van el **exponente** que refiere cuantas veces es elevado las letras.

Cuando tenemos una expresión formada por varios términos, la denominamos polinomio.

- Si consta de **1 solo término**, se llama **Monomio**. Ejemplo:  $-8x^5$
- Si consta de **2 términos**, se llama **Binomio**. Ejemplo:  $5x^2 - 7xy^3$ .
- Si consta de **3 términos**, se llama **Trinomio**. Ejemplo:  $-4x + 2/3xy^3 - 6xy^4$
- Si consta de **más de 3 términos** se llama **polinomio** del número de términos correspondiente:

ejemplo:  $-2x + \frac{1}{5}x^2y^3 - 3x^3y^4 + 9x^7y^5 - 1$  es un **polinomio de 5 términos**.

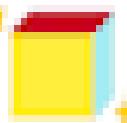
### • Grado Absoluto De Un Monomio

Es la suma de los exponentes de todas las letras por las cuales está compuesto el monomio.

ejemplo

$$5x^4y^2z^6 \quad 4+2+6=12 \quad GA=12$$

# 1



# 2



# C

### • *Grado Absoluto De Un Polinomio (GA)*

Es la mayor suma de los exponentes de cada expresión o cada monomio que lo conforma.

Ejemplo:

$$2+4=6 \quad 3+5=8 \quad 4+1=5$$

$$3x^2y^4 + 7x^3y^5 - 2x^4y$$

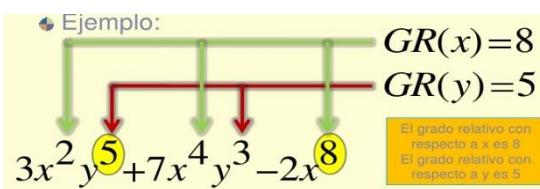
$$GA=8$$

Se halla la suma de los exponentes de cada monomio y luego se saca la suma mayor; para nuestro ejemplo el grado absoluto fue 6, para el segundo término fue 8 y para el tercero fue 5, por lo tanto, el grado absoluto de todo el polinomio es 8

### • *Grado relativo de un Polinomio (G.R.)*

Este grado es el término que tiene mayor exponente de todo el polinomio. Es decir, es el mayor exponente de cada una de las letras.

Se mira primero la letra x: aparecen  $x^2$ ,  $x^4$  y  $x^8$ , el exponente mayor para las x es 8, por lo tanto el GR (x) = 8; luego se mira "y" y se tiene  $y^5$ ,  $y^3$  el exponente más grande es 5, es decir el GR (y) es 5.



*"Un polinomio puede tener tantos grados como cantidad de letras y/o variables".*

Ojo, Si un término no tiene parte literal, se llama **Término Independiente** Ejemplo:

Halla el grado absoluto, relativo y el término independiente del polinomio

$$5x^2y^4 + (-3x^5y^2) - 13$$

- **GA= 7**; los exponentes del primer término suman 6; los exponentes del segundo término 7, por lo tanto la suma mayor es 7
- **GR(x)= 5**
- **GR (y)= 4**
- **Término Independiente: 13**



Ejercítate...En tu cuaderno realizas

1. el siguiente cuadro y completa:

Monomio	Coeficiente	Parte literal	Grado absoluto
$-2x^3y^2$			
$-a^3bz^4$			
$\pi m^4n^6$			
$0,5a^4b^5c$			



2. dado el polinomio  $7y^4 - 3y^3 - y^2 + y - 8$ , indica lo siguiente:

- el coeficiente del segundo término
- el coeficiente del tercer término.
- el exponente de la variable en el cuarto término
- el término independiente

3. indica el grado absoluto de cada polinomio. Despues determina el grado relativo del polinomio con respecto a la variable X

- $7x^5y^2 - 8x^4y + 2x^3 - 1$
- $-6x^3y^2 + y^3 + \frac{1}{3}xy - 3x^2$
- $x^2y^2 - 9x^3y^4 + y^7 - 2x^7 + xy^5$
- $-\frac{1}{4}xy^2z^2 + \frac{2}{3}x^2yz^3 - x^3y^3z + 2$
- $\frac{2}{5}m^{11}x^9 - \frac{3}{4}x^4m^{15} + 5 - \frac{7}{8}m^{10}x^{10}$

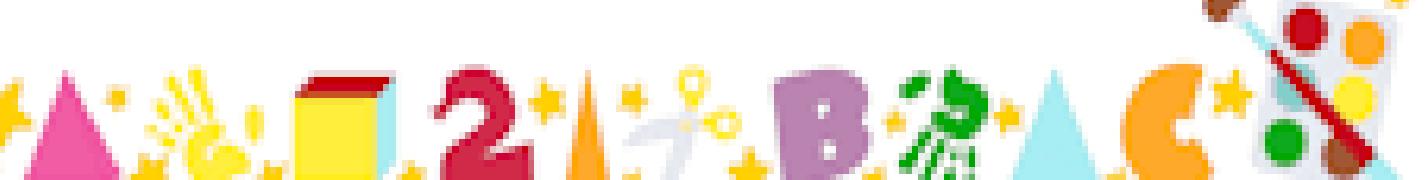
## EL LENGUAJE ALGEBRAICO

Existe varias clases de lenguaje:

- El lenguaje matemático** es aquel en donde se escribe solo números, por ejemplo:  $2 + 9 = 11$ ;
- El lenguaje Usual** se refiere al que mencionamos, escribimos o leemos, ejemplo: Juan compro 5 galletas el día de ayer y hoy compro 3 ¿Cuántas galletas tiene en total?
- El lenguaje algebraico** es aquel que emplea símbolos y letras para representar números. Nos Permite expresar números desconocidos y realizar operaciones matemáticas con ellos.

A continuación, encontraras algunas de claves que te ayudaran a familiarizarse con el lenguaje algebraico:

LENGUAJE USUAL	SÍMBOLOS /RELACIÓN	EJEMPLO EXPRESIÓN - LENGUAJE ALGEBRAICA
Un numero	a, b, c, d, e, f... m, n, p...x. y. z.	Un número de estudiantes: x estudiantes
Doble, dos veces...	$2x$ , $2c$ ...	El doble de la edad de Pedro: $X = 2p$ Dos veces un número: $2a$
La mitad ...	$x/2$	La mitad de a: $a/2$ La mitad de $10x$ : $10x/2$

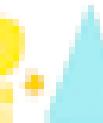


1	A	B	2
El cuadrado	$x^2$	El área de un cuadrado de lado s: $S^2$ El cuadrado de un número: $Y^2$	
El Triple, tres veces	$3p; 3n, 3x$	El triple de un número; tres veces z: $3z$	
La tercera Parte de...	$x/3$	La tercera parte de un número: $a/3$	
El cubo o elevado a las tres	$a^3$	El volumen de un cubo de arista c: $C^3$	
La cuarta parte, la quinta parte.....	$x/4; x/5...$	La cuarta parte de un número. La quinta parte de un número.	
Aumentado, suma, adición...	+	Un numero aumentado dos veces. $X+2$ La adición de dos números. $a + b$	
La diferencia, resta, disminuido...	-	Un número disminuido en 5: $a - 5$ La diferencia de dos números: $x - y$	
Producto, multiplicación...	$\times$	El producto de dos números: $f \times g$	
Cociente, división...	$\div$	El cociente de dos números $a \div b$	

Ejemplos:

- El 20 % de un numero: 20 % de X
- El área de un triángulo de 9 cm de altura y base desconocida:  $\frac{9 \times b}{2}$
- El doble de la edad que tendré dentro de 5 años:  $2n + 5$
- La diferencia de los cuadrados de dos números:  $a^2 - b^2$
- Tres horas de trabajo por un número de días:  $3(a)$  o  $3 a$
- El perímetro de un triángulo de lados:  $a, a+3$  y  $a-2$ ;  $a + a+3 + a -2$

1



## ACTIVIDAD Nº1

## INTRODUCCION AL ALGEBRA – APRENDO Y COMPRENDO EL LENGUAJE ALGEBRAICO

## 1. Expresa las siguientes frases con lenguaje numérico Y/o algebraico según corresponda:

- El triple de dos es seis. =
- Veinte dividido entre cinco es cuatro. =
- Quince menos ocho es siete=
- El cubo de dos es ocho=
- La cuarta parte de doce es tres=
- el doble de 5 es 10=
- la mitad de 46 es 23=
- 15 más su doble es 30=
- la fórmula del cuadrado es=
- la fórmula del rectángulo es=
- Un número disminuido en 10=
- El doble de la suma de 4 y -7=
- El triple de -2 disminuido en 4=
- La suma de  $x$  e  $y$  es igual a 30=
- El doble de  $x$  es igual a 50=
- El triple de  $x$  es igual a 24=
- El producto de  $y$  por 10 es igual a 100=

## 2. completa los siguientes cuadros

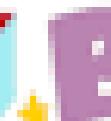
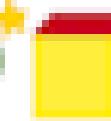
Utiliza expresiones algebraicas para expresar las siguientes informaciones.

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El doble de la suma de dos números	$2 \cdot (x + y)$
El área de un cuadrado de lado 2	
El cuadrado de un número más 4 unidades	
El perímetro de un campo de baloncesto (largo $b$ y ancho $a$ )	
El producto de tres números cualesquiera	
La mitad de un número	
El doble de un número más 3 unidades	

Inventa frases para estas expresiones algebraicas.

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
	$a + b$
	$\frac{x}{4}$
	$m + 2$
	$3 \cdot (a \cdot b)$
	$\frac{x}{3} + 2$
	$2 \cdot (x - y)$

1



Escribe con lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

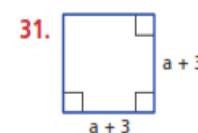
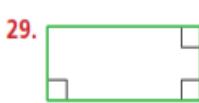
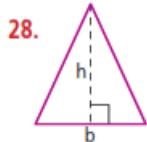
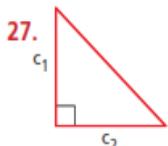
EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La suma de 15 y 20	Sí	No	$15 + 20$
La diferencia entre $a$ y $b$			
El cuadrado de $c$			
La diferencia entre 15 y 9			
El doble de 6			
El triple de $y$			
El doble de $x$ más dos unidades			

Escribe las frases en lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La diferencia entre $a$ y $b$ es igual a 10	No	Sí	$a - b = 10$
Tres elevado al cuadrado es igual a 9			
La cuarta parte de $x$ es 6			
La suma de diez y nueve es diecinueve			
El triple de diez veces $y$ es igual a doce			
El doble de nueve es 18			
Tu edad hace cuatro años			
Tu edad dentro de cuatro años			

3

Expresa usando el lenguaje algebraico el área de las siguientes figuras.



4. la longitud de un rectángulo mide 3 metros más que el doble de su ancho, si  $x$  es el ancho del rectángulo, escribe un polinomio que represente el perímetro del rectángulo y simplifícalo.
5. Analiza y Escribe un polinomio por cada una de las siguientes condiciones dada:
- Dos variables  $y$  de Grado absoluto 5
  - Binomio, grado absoluto 7, una variable
  - Trinomio, grado absoluto 12, tres variables
  - Polinomio, grado absoluto 11, tres variables

**FIN DE LA ACTIVIDAD**

1

A

B

2

C

## EL VALOR NUMÉRICO

El valor numérico de una expresión algebraica es el resultado que se obtiene de sustituir (cambiar) las letras o parte literal por un número determinado (asignado) y aplicar las operaciones indicadas en la expresión

Ejemplos:

a.

$$\text{Si } P(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 1$$

$$(-3)^3 + 3 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot -3 - 1$$

$$-27 + 3 \cdot 9 + 12 - 1$$

$$-27 + 27 + 11 = +11$$

b.

$$\text{Para calcular el valor numérico de } \frac{a^2}{b^2} + \frac{4b^2}{a^2} + ab + \frac{a}{b}, \text{ para } a = 4 \text{ y } b = 2.$$

Se sustituyen las variables por los valores dados, es decir, por  $a = 4$  y  $b = 2$ . Despues, se aplican las operaciones correspondientes.

$$\frac{\frac{4^2}{2^2} + \frac{4 \cdot 2^2}{4^2}}{\frac{4^2}{8 \cdot 2}} + 4 \cdot 2 + \frac{4}{2} = \frac{\frac{16}{4} + \frac{16}{16}}{\frac{16}{16}} + 8 + \frac{4}{2} = \frac{4 + 1}{1} + 8 + 2 = 15$$

c. Juan y Carlos se encuentran jugando con las matemáticas.

Juan le pregunta a Carlos: ¿Cuántos años tiene María si tiene el 4 veces la edad de Luis? Y Luis tiene 8 años.  $4L = 4(8) = 4 \times 8 = 32$

Carlos responde a Juan que María tiene 48 años

Ahora Carlos le pregunta a Juan: si A vale 10, M vale 20 y E vale 30, ¿cuánto vale A + M + E?

Juan le contesta:  $10 + 20 + 30$  es 60

d. determina el valor número cuando  $x = -2$ ,  $y = 3$  y  $z = 4$

$$\begin{aligned} 3x^2y - 2xy^2 &= 3(-2)^2(3) - 2(-2)(3)^2 \\ &= 3(4)(3) - 2(-2)(9) \\ &= 36 - (-36) \\ &= 36 + 36 \\ &= 72 \end{aligned}$$

## LOS TERMINOS SEMEJANTES

Son aquellos que tienen la misma parte literal o las mismas letras con los mismos exponentes y solo se diferencia el uno con el otro en el Coeficiente (el número que va antes de la parte literal)

Ejemplos:

- $5x^2y, -10x^2y, 6/8 x^2y, 0,45 x^2y, 14 x^2y, -0,3 x^2y\dots$
- $24/8 mn, 36mn, 6mn, -5mn, -0,23 mn\dots$
- Hallar el perímetro de un cuadrado (recuerda que todos sus lados son iguales) cuyo la es  $2p^3$



Perímetro: es la sumatoria de todos sus lados.

$$P = 2p^3 + 2p^3 + 2p^3 + 2p^3$$

$$P = 8p^3$$

- $0,3 a^2c$  no es término semejante con  $4 ac^2$  porque los exponentes no son iguales, están al revés.

•

$2x^2$  y  $3x^2$  Términos semejantes

$-x^5$  y  $8x^5$  Términos semejantes

$3x^5$  y  $3x^2$  Términos no semejantes

Los exponentes son distintos

$y^5$  y  $8x^5$  Términos no semejantes

Las variables son distintos



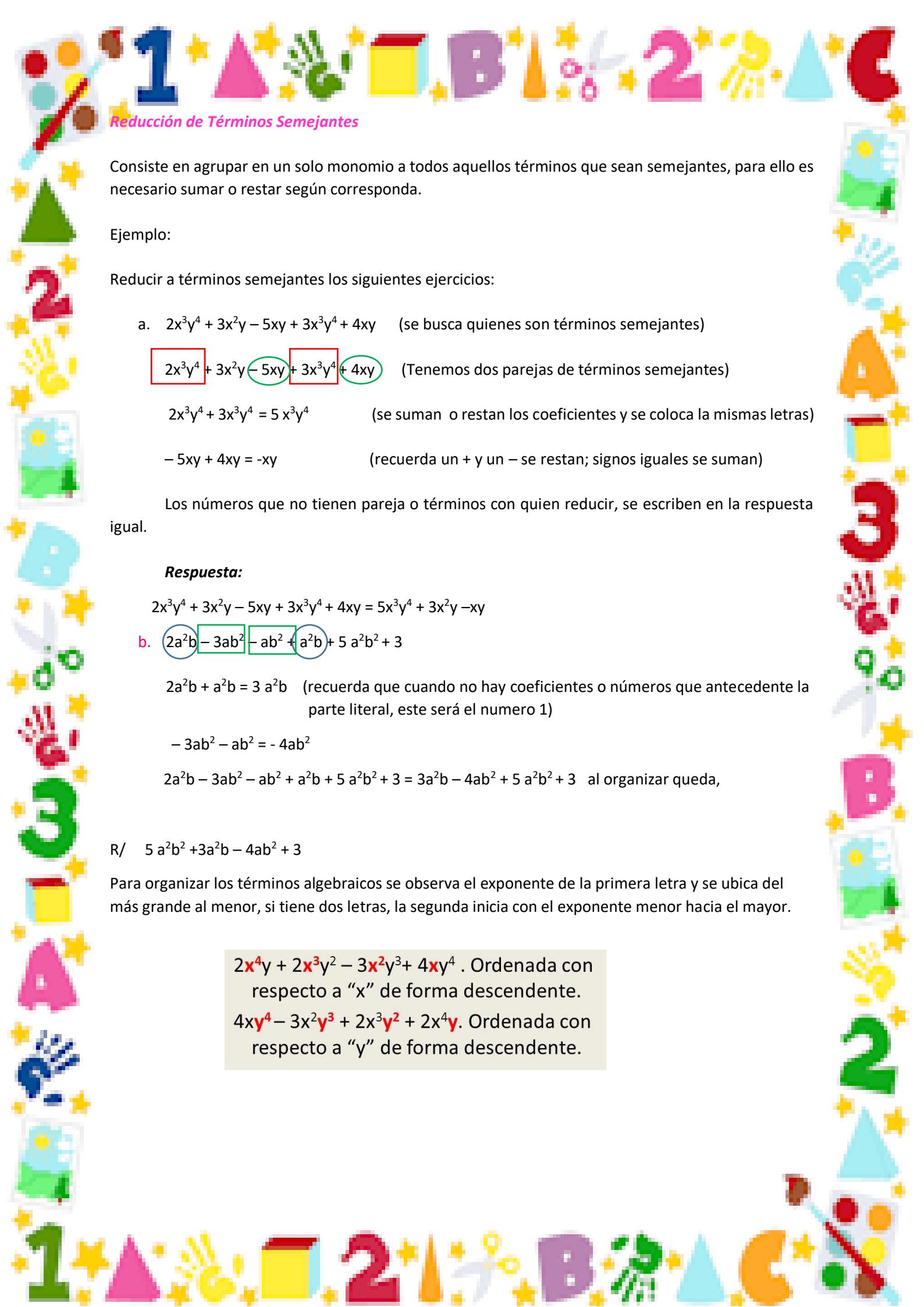
Ejercítate...en tu cuaderno

1. Escribe dos monomios semejantes en cada caso:

- |               |                |
|---------------|----------------|
| a. $-11abc$   | d. $13x^4y^5$  |
| b. $5p^2q^4$  | e. $27 m^7n^3$ |
| c. $12m^3n^2$ | f. $-8z^6n^9$  |

2. Escribe y completa el siguiente cuadro. Indica si son semejantes o no y porque.

Términos	¿Son semejantes?		¿Por qué?
	Sí	No	
$7a^2b^3$ y $-2a^2b^3$			
$2pqr$ y $-5pqr$			
$3x^2y^3$ y $-3y^2x^3$			
$4m$ y $-\frac{1}{4}m$			



# 1

# 2

# 3

# A

# B

# C

## Reducción de Términos Semejantes

Consiste en agrupar en un solo monomio a todos aquellos términos que sean semejantes, para ello es necesario sumar o restar según corresponda.

Ejemplo:

Reducir a términos semejantes los siguientes ejercicios:

a.  $2x^3y^4 + 3x^2y - 5xy + 3x^3y^4 + 4xy$  (se busca quienes son términos semejantes)

$$2x^3y^4 + 3x^2y - 5xy + 3x^3y^4 + 4xy \quad (\text{Tenemos dos parejas de términos semejantes})$$

$$2x^3y^4 + 3x^3y^4 = 5x^3y^4 \quad (\text{se suman o restan los coeficientes y se coloca la misma letra})$$

$$-5xy + 4xy = -xy \quad (\text{recuerda un } + \text{ y un } - \text{ se restan; signos iguales se suman})$$

Los números que no tienen pareja o términos con quien reducir, se escriben en la respuesta igual.

**Respuesta:**

$$2x^3y^4 + 3x^2y - 5xy + 3x^3y^4 + 4xy = 5x^3y^4 + 3x^2y - xy$$

b.  $2a^2b - 3ab^2 - ab^2 + a^2b + 5a^2b^2 + 3$

$$2a^2b + a^2b = 3a^2b \quad (\text{recuerda que cuando no hay coeficientes o números que anteceden la parte literal, este será el número 1})$$

$$-3ab^2 - ab^2 = -4ab^2$$

$$2a^2b - 3ab^2 - ab^2 + a^2b + 5a^2b^2 + 3 = 3a^2b - 4ab^2 + 5a^2b^2 + 3 \quad \text{al organizar queda,}$$

R/  $5a^2b^2 + 3a^2b - 4ab^2 + 3$

Para organizar los términos algebraicos se observa el exponente de la primera letra y se ubica del más grande al menor, si tiene dos letras, la segunda inicia con el exponente menor hacia el mayor.

$2x^4y + 2x^3y^2 - 3x^2y^3 + 4xy^4$ . Ordenada con respecto a "x" de forma descendente.

$4xy^4 - 3x^2y^3 + 2x^3y^2 + 2x^4y$ . Ordenada con respecto a "y" de forma descendente.

Ejercítate...

1. En tu cuaderno, Reduce los siguientes polinomios, teniendo en cuenta los términos semejantes

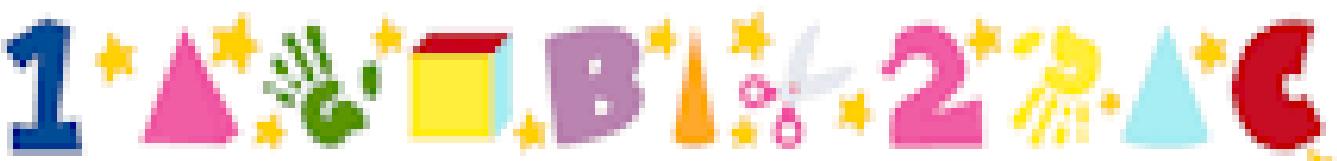
a.  $3a - 8b + 5a - 4c + 2a - 11b - 2c$

b.  $8x^2 + 3x^3 - 5x^2 + 7x - 9x^3 - 5x^2$

c.  $5m - 3m^2 + 2m - 3 + m$

d.  $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{5}x^2 + \frac{3}{5}$

e.  $\frac{8}{7}a^2 - \frac{3}{10}a^3b + \frac{1}{4}b^2 + \frac{2}{5}ba^3 - \frac{1}{7}a^2$



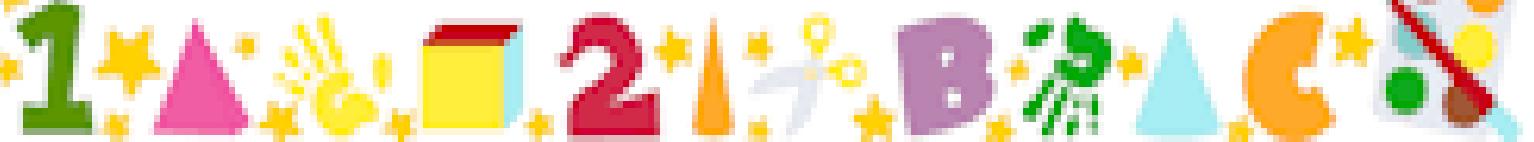
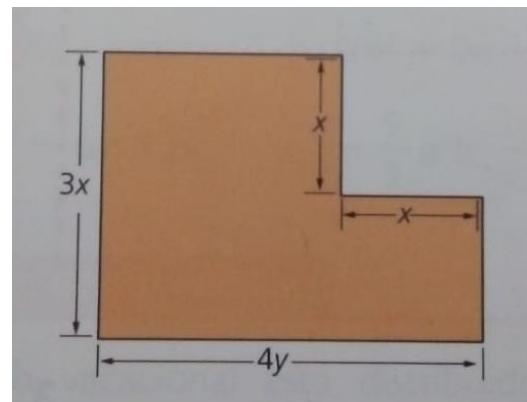
## ACTIVIDAD N°2. LA EXPRESIÓN ALGEBRAICA Y EL VALOR NUMÉRICO

- Reduce los siguientes términos semejantes, teniendo en cuenta los parámetros establecidos en el módulo correspondiente.

Expresión	Reducción de términos semejantes
$72y + 43y + 24u + 32y + 21u + 12u$	
$87j + 21k - 12j + 23j - 8k$	
$45c + 23c + 12t - 12c + 4t$	
$78d + 23d - 32d + 12f + 5f + 21d$	

- Escribe un polinomio que represente el perímetro de la siguiente figura, luego halla el valor numérico si  $X = 4$  cm

Recuerda que hay que analizar y hallar la x de los lados q que no aparecen



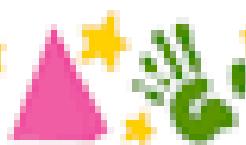
3. Reduzca teniendo en cuenta el valor numérico dado, teniendo en cuenta los ejemplos dados. Cambie el valor de las letras por el valor de números dados y desarrolle las operaciones indicadas.

Valor de $x$	$3 \cdot x - 2$	$x^2 + 1$
$x = 1$	$3 \cdot 1 - 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	$1^2 + 1 =$ $= 1 + 1 = 2$
$x = 2$		
$x = -1$		
$x = 0$		
$x = -2$		

Valor de $a$ y $b$	$5 \cdot a - 2 \cdot b$	$(a + b)^2$
$a = 0$ $b = 1$	$5 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$ $= 0 - 2 = -2$	$(0 + 1)^2 =$ $= 1^2 = 1$
$a = 1$ $b = 2$		
$a = -1$ $b = -2$		
$a = 2$ $b = 3$		
$a = -2$ $b = -3$		

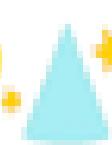
4. En el siguiente ejercicio debes de primero desarrollar por valor numérico (columna 3) y debes desarrollar por reducción de términos semejantes (columna 4) y reemplazar mostrando el valor numérico. (columna 5) guíate por ejemplo que se encuentra.

1



B

2



C

Expresión	Valores	Reemplazando los valores de las letras	Reducción de términos semejantes	Reemplazando los valores de las letras en la expresión con los términos reducidos
$3s + 4s + 5f + 3f$	$s = 2$ $f = 1$	$3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot 1$ $6 + 8 + 5 + 3$ $22$	$7s + 8f$	$7 \cdot 2 + 8 \cdot 1$ $14 + 8$ $22$

Expresión	Valores	Reemplazando los valores de las letras	Reducción de términos semejantes	Reemplazando los valores de las letras en la expresión con los términos reducidos
$3s + 4s + 5f + 3f$	$s = 2$ $f = 1$			
$6t + 9j + 7t - 2j$	$t = 4$ $j = 2$			
$4u + 3u + 5g - 1u + 7g$	$u = 5$ $g = 6$			

Ahora contesta las siguientes preguntas:

- Después de realizar el ejercicio anterior y al reemplazar los valores en ambas expresiones ¿Cómo son los resultados finales?
  - ¿En cuál de las dos expresiones pudo realizar el cálculo de manera más rápida? ¿Por qué?
  - Al reducir términos semejantes, ¿cambia el valor de la expresión si ponemos valor a las letras? ¿Por qué?
5. Desarrolla el ejercicio 5 del álgebra de Baldor.

Dígase el grado absoluto de los siguientes polinomios:

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| a) $x^3 + x^2 + x.$        | c) $a^4b - a^2b^2 + ab^3 - b^4.$            |
| b) $5a - 3a^2 + 4a^4 - 6.$ | d) $x^5 - 6x^4y^3 - 4a^2b + x^2y^4 - 3y^6.$ |

Dígase el grado de los siguientes polinomios con relación a cada una de sus letras:

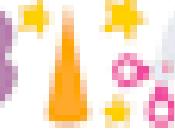
- |                                    |   |
|------------------------------------|---|
| a) $a^3 + a^2 - ab^3.$             | c) $6a^4b^7 - 4a^2x + ab^8 - 5a^3b^6x^4.$             |
| b) $x^4 + 4x^3 - 6x^2y^4 - 4xy^5.$ | d) $m^4n^2 - mn^6 + mx^4y^3 - x^8 + y^{10} - m^{11}.$ |

**FIN DE LA ACTIVIDAD**

1



B



2



C

## OPERACIONES BASICAS CON MONOMIOS

**Monomio:** Es una expresión algebraica que consta de un solo término.

### SUMA Y RESTA DE MONOMIOS

Para sumar y/o restar monomios o polinomios se debe tener en cuenta que tenga la misma parte Literal (es decir las mismas letras con el mismo exponente); se suman o restan los Coeficientes (número del monomio) y se coloca la misma parte literal ella no varía para nada.

Ejemplo:

a.  $4x^3 - 3x^2 + x - 2x^3 + x^2 - 4 = 2x^3 - 2x^2 + x - 4$

$4x^3 - 2x^3 = 2x^3$

$-3x^2 + x^2 = -2x^2$

se buscan términos semejantes; se suman o restan los coeficientes, se colocan las respuestas y se dejan igual aquellos que no tienen pareja, por último, se ordena del exponente más grande al exponente menor

b.  $2a^2bc^3 - 5a^2bc^3 + 3a^2bc^3 - 2a^2bc^3 = (2 - 5 + 3 - 2)a^2bc^3 = -2a^2bc^3$

c. Determina el perímetro de un triángulo equilátero cuyo lado es  $5mn$



Por ser equilátero, todos sus lados son iguales.

$5mn + 5mn + 5mn = 15mn$

d.

$$\frac{1}{12}y^2 + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{3}xy^2 =$$

Agrupamos términos semejantes

$$\frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{3}xy^2 + \frac{1}{12}y^2 + \frac{1}{2}y^2 =$$

Realizamos la suma de fracciones

$$\frac{9}{6}xy^2 + \frac{2}{6}xy^2 + \frac{1}{12}y^2 + \frac{6}{12}y^2 =$$

$$\frac{11}{6}xy^2 + \frac{7}{12}y^2$$

Cuando hay fracciones, debes de recordar la suma y resta de fraccionarios. Pasos:

- Se seleccionan los términos semejantes. Por la parte literal
- Luego entre el o los grupos seleccionados, se halla el m.c.m.
- Se divide el común denominador por cada uno de los numeradores de quien se esté haciendo la operación y ese resultado se multiplica.
- Luego realizas la operación pertinente, suma o resta.

# 1

# 2

# 3

# 4

# 5

# 6

# 7



Ejercítate... desarrolla en tu cuaderno los siguientes ejercicios.

a)  $-3x + 5x^2 + 5x - 7x^2 = 2x - 2x^2$

b)  $3a^3 - 3 + 4a^3 + 8 =$

c)  $9x^2y - 5yx^2 =$

d)  $-4x^3 + 5y^4 + 5x^3 - 6y^4 =$

e)  $x^4 + \frac{x}{2} - 5x^4 + \frac{3x}{4} =$

### PRODUCTO DE MONOMIOS

en la multiplicación de monomios, se debe tener en cuenta que el signo no se aconseja que sea "x" debido a que este se puede confundir con una variable o una letra, de ahora en adelante la multiplicación se indicara con:

- paréntesis ( ) ( )  $(2x)(x) = 2x^2$
- un punto en la mitad  $(3x^2y^3) \cdot (-2x^6y^9z) = -6x^8y^{12}z$

para realizar la multiplicación se realiza dos pasos:

- Se multiplican común y corriente los coeficientes, teniendo en cuenta la ley de signos.
- Los **exponentes** de las letras se **suman**. Ten en cuenta que pertenezca a la misma letra.

LEYES DE LOS SIGNOS			
+	POR	+	= +
+	POR	-	= -
-	POR	+	= -
-	POR	-	= +

Ejemplo:

a.  $(2x^2yz)(-12x^4z^3) = -24x^6y^1z^4$

↑↑↑↑  
(2) (-12) = -24

X = 2 + 4 = 6 por lo tanto,  $X^6$

Y = tiene como exponente 1, y aparece una sola vez, es decir no tiene con quien sumar por lo tanto se escribe con exponente 1, por lo tanto, Y

Z = 1 + 3 = 4 por lo tanto,  $Z^4$

# 1

# 2

# 3

# 4

# 5

# 6

# 7

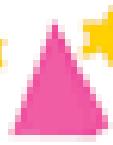
# 8

# 9

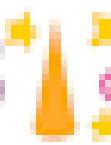
# 10

# 11

1



B



2



C

- b. Con fraccionarios. Recuerda que es la única operación que se hace directa, es decir numerador con numerador, denominador con denominador, no olvides la ley de signos.

$$\left(-\frac{3}{2}ab\right)\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)\left(-\frac{1}{4}a^3b\right) = -\frac{3}{40}a^5b^4$$



$$(3)(1)(1) = 3$$

$$(2)(5)(4) = 40$$

$$(-)(-)(-) = -$$

$$a = 1+1+3 = 5 \text{ por lo tanto, } a^5$$

$$b = 1+2+1 = 4 \text{ por lo tanto, } b^4$$

- c. Hallar el área de una cancha de futbol cuyas dimensiones son como lo muestra la figura:



$$(5m^3n^5)(2,5m^8p^2) = 12,5m^{11}n^5p^2$$

Ejercítate... desarrolla en tu cuaderno los siguientes ejercicios.

$$(2x^3) \cdot (5x^3) =$$

$$(12x^3) \cdot (4x) =$$

$$5 \cdot (2x^2y^3z) =$$

$$\left(\frac{2}{3}a^2\right)\left(\frac{5}{4}a^3\right) =$$

$$\left(-\frac{2}{3}x^4y^2\right)\left(\frac{2}{7}xy^5\right) =$$

## **DIVISION DE MONOMIOS:**

Se desarrolla en dos pasos:

- Se realiza una división normal, se tiene en cuenta la ley de los signos
- Los **exponentes** se **restan**

Ejemplo:

a.  $\frac{24x^3y^4}{6x^2y^5} = \frac{4x}{y}$

b.  $8x^4 \div 2x^2 = 4x^{4-2} = 4x^2$

La división se puede escribir de forma vertical como si fuera una fracción o escribirla de manera horizontal.

En caso que la división no sea exacta, se deja indicada como fracción así:

$$8x^6 \div 7x^3 = \frac{8}{7}x^{6-3} = \frac{8}{7}x^3$$

$$8x \div 2y = \frac{4x}{y}$$

Con letras en los exponentes y cifras negativas:

$$\begin{aligned} -x^m y^{3n} z^{-2} : 3x y^n z^2 &= -\frac{1}{3} x^{(m-1)} y^{(3n-n)} z^{-2-2} \\ &= -\frac{1}{3} x^{m-1} y^{2n} z^{-4} \end{aligned}$$

En este caso la m (exponente de la x) va restando con el 1 del segundo término, como no son semejantes se deja indicado, es decir m-1.

Para "Y" tiene como exponentes 3n y n, estas dos se restan: 3n - n, se hace una resta normal, puesto son semejantes: 2n

Para la "Z", en el primer término tiene una cifra negativa y en el segundo una cifra positiva, -2 - 2, recuerda que signos iguales se suman y coloca el mismo signo, entonces -4

En los coeficientes si se dieron cuenta el primer término no tiene coeficiente, es decir es el 1.

**1****A****B****2****C**

Ejercítate... Escribe en tu cuaderno estos ejemplos:

la division se puede representar tambien con dos puntos,

a.  $(6x^3) : (3x) = 2x^2$

b.  $(-8x^6) : (2x^4) = -4x^2$

c.  $(-10a^5b^4) : (-5a^3b) = 2a^2b^3$

d.  $\frac{72x^5}{-3x^2} = -24x^3$

e.  $\frac{-32r^4s^3t^6}{-4rs^2t^3} = 8r^3st^3$

f.  $\frac{10x^2}{x^2} = 10$

Ejercítate, desarrolla en tu cuaderno:

a.  $(-15m^4n^3) : (-3m^3n^3)$

b.  $5/8x^5y^2 : 1/4x^4y$

c.  $8x^4y^3z : (-4x^2yz)$

d.  $22x^{2m-3}y^{5m-1} : 11x^{m-1}y^{3m}$

e.  $-81a^{2x}b^{y-2} : 3a^{5x}b^{2y-2}$

## ACTIVIDAD N°3 OPERACIONES CON MONOMIOS

➤ Realiza los siguientes ejercicios con monomios:

1. 1 sumas y restas

a)  $2x + 8x$

c)  $6a + 6a$

e)  $3x + x$

b)  $7a - 5a$

d)  $15x - 9x$

f)  $10a - a$

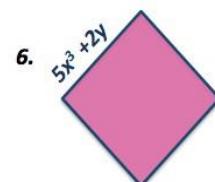
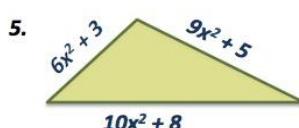
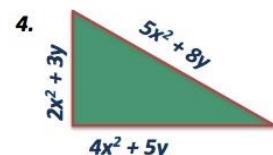
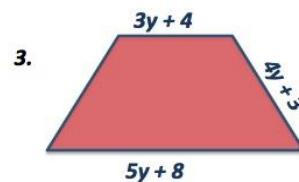
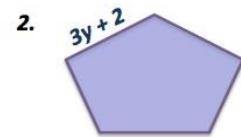
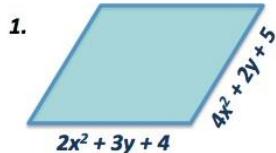
.2 multiplicación de monomios

- $(+2x^3) (-5x^3) =$
- $(12x^3) (4x) =$
- $(a^2b^3) (3a^2x) =$
- $(-4m^2)(-5mn^2p) =$
- $(5a^2y) (-6x^2) =$
- $(-x^2y^3)(-4y^3z^4) =$

1.3 división de monomios

- $14 a^3b^4 : (-2ab^2)$
- $(-a^3b^4c) : a^3b^4$
- $54x^2y^2z^3 : (-6xy^2z^3)$
- $(-5m^2n : m^2n)$

➤ Halla el perímetro y área de las siguientes figuras geométricas



FIN DE LA ACTIVIDAD

## EL POLINOMIO

Un polinomio es una expresión algebraica formada por varios monomios no semejantes.

### ADICION DE POLINOMIOS:

La suma se puede llevar a cabo de manera horizontal o vertical.

Los signos del segundo término no cambian ni varían como si sucede en la resta.

Ejemplo:

$$(2x^3 + 5x + 3 + 2x^2) + (4x - 3x^2 + x^3 - 5)$$

#### De manera Horizontal

Primero se organiza de mayor a menor cada término o polinomio de acuerdo al exponente de la parte literal.

$$(2x^3 + 2x^2 + 5x + 3) + (x^3 - 3x^2 + 4x - 5)$$

Se destruyen los paréntesis

$$2x^3 + 2x^2 + 5x + 3 + x^3 - 3x^2 + 4x - 5$$

Se buscan los términos semejantes

$$2x^3 + 2x^2 + 5x + 3 + x^3 - 3x^2 + 4x - 5 = 3x^3 - x^2 + 9x - 2$$

#### De manera Vertical

Se organizan los términos de mayor a menor

Se ubican términos semejantes debajo de cada semejante

$$2x^3 + 2x^2 + 5x + 3$$

$$\underline{x^3 - 3x^2 + 4x - 5}$$

$$3x^3 - x^2 + 9x - 2$$

$$\text{R/ } 3x^3 - x^2 + 9x - 2$$

ejemplo 2.

$$\begin{array}{r} 4y^4 + 2y^2 + y + 3 \\ 6y^4 + 6y^3 + 3y^2 + 5y + 12 \\ \hline 10y^4 + 6y^3 + 5y^2 + 6y + 15 \end{array}$$

Cuando alguna parte literal no se encuentra como en el ejercicio anterior, entonces se deja un espacio.

Ejemplo 3.

$$\begin{array}{r} 3a^2b + 2ab^2 + 5ab + c \\ -a^2b + 5ab^2 - 3ab \\ \hline 2a^2b + 7ab^2 + 2ab + c \end{array}$$

Ejemplo 4. En algunas ocasiones, aparecerán a modo de conjunto como se muestra a continuación

$$\begin{array}{r} P_1(x) = 12x^5 + 0x^4 - 17x^3 + 3x^2 + 0x - 10 \\ P_2(x) = -6x^5 - 5x^4 + 7x^3 + 4x^2 + 0x + 0 \\ \hline P_1(x) + P_2(x) = 6x^5 - 5x^4 + 10x^3 + 7x^2 + 0x - 10 \end{array}$$

## SUSTRACCION DE POLINOMIOS

Se presentan dos situaciones para restar polinomios

- Caso 1. Cuando aparece la palabra “De” y luego aparece la palabra “restar”
- Caso 2. Cuando aparece de primeras la palabra “restar” y luego la palabra “De”

Estas se diferencian que varía el orden y ubicación del minuendo y el sustraendo

Para **el primer caso** (Cuando aparece la palabra “De” y luego aparece la palabra “restar”), el polinomio que va junto a la palabra “De” se convierte en el minuendo, es decir en el primer polinomio en ubicar y luego se ubica el sustraendo que es quien va junto a la palabra “restar”. Se realiza la operación pertinente, pero antes hay que tener en cuenta que los signos del segundo o tercer polinomio si va presidido de un signo restar (-) TODOS los signos cambian.

Ejemplo 1:

De  $4x - 3y + z$  Restar  $2x + 5z - 6$

$4x - 3y + z - (2x + 5z - 6)$  se destruye el paréntesis y cambia todos los signos del segundo polinomio

$4x - 3y + z - 2x - 5z + 6$  ahora se buscan los términos semejantes

$$4x - 2x = 2x$$

$$z - 5z = -4z$$

entonces:

$$4x - 3y + z - 2x - 5z + 6 = 2x - 3y - 4z + 6$$

1

R/  $2x - 3y - 4z + 6$

Ejemplo 2.

De  $5m^3 - 9n^5 + 6m^2n - 8mn^2$  restar  $-14n^5 - 21m^2n + 5m^3 - 18$

**Horizontal**

$5m^3 - 9n^5 + 6m^2n - 8mn^2 - (-14n^5 - 21m^2n + 5m^3 - 18)$  ley de signos y destrucción de paréntesis

$5m^3 - 9n^5 + 6m^2n - 8mn^2 + 14n^5 + 21m^2n - 5m^3 + 18$  se busca términos semejantes

$$5m^3 - 5m^3 = 0$$

$$-9n^5 + 14n^5 = 5n^5$$

$$6m^2n + 21m^2n = 27m^2n$$

R/  $5n^5 + 27m^2n - 8mn^2 + 18$

**Vertical**

$$5m^3 - 9n^5 + 6m^2n - 8mn^2$$

$$\begin{array}{r} -5m^3 + 14n^5 + 21m^2n \\ \hline 0 + 5n^5 + 27m^2n - 8mn^2 + 18 \end{array}$$

Para restar polinomios con fraccionarios es el mismo proceso de suma y resta de fraccionarios

En el **caso 2. (cuando va de primera la palabra restar...)** para este caso se debe el sustraendo se encuentra en primer lugar, es necesario cambiar de lugar los polinomios. Es decir, el primer polinomio pasa al segundo lugar y el segundo al primer lugar, así:

Restar  $-4a^5b - ab^5 + 6a^3b^3 - a^2b^4 - 3b^4$  de  $8a^2b^4 + ab^5 - 4a^3b^3 + 6ab^3$

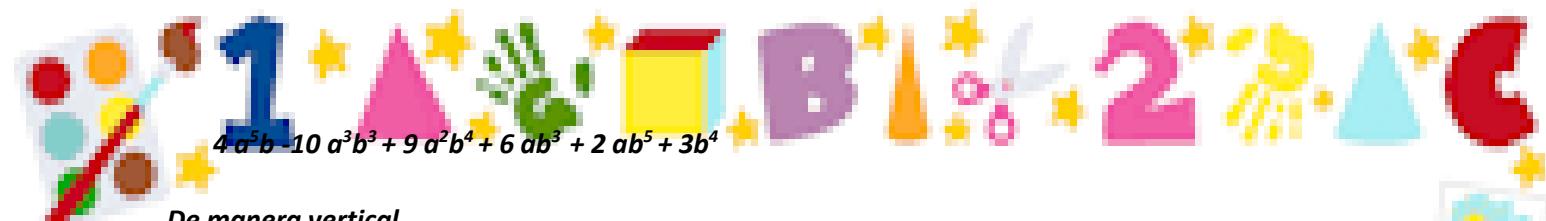
Cambiamos de lugar:

$8a^2b^4 + ab^5 - 4a^3b^3 + 6ab^3 - (-4a^5b - ab^5 + 6a^3b^3 - a^2b^4 - 3b^4)$  se destruye el paréntesis y cambia de signos

$8a^2b^4 + ab^5 - 4a^3b^3 + 6ab^3 + 4a^5b + ab^5 - 6a^3b^3 + a^2b^4 + 3b^4$  se busca términos semejantes

- $8a^2b^4 + a^2b^4 = 9a^2b^4$
- $ab^5 + ab^5 = 2ab^5$
- $-4a^3b^3 - 6a^3b^3 = -10a^3b^3$

R/  $9a^2b^4 + 2ab^5 - 10a^3b^3 + 6ab^3 + 4a^5b + 3b^4$  ordenamos mirando el exponente de la letra "a"



### *De manera vertical*

$$8 a^2 b^4 + a b^5 - 4 a^3 b^3 + 6 a b^3$$

$$4 a^5 b + a^2 b^4 + a b^5 - 6 a^3 b^3 + 3 b^4$$

$$4 a^5 b + 9 a^2 b^4 + 2 a b^5 - 10 a^3 b^3 + 6 a b^3 + 3 b^4$$

ahora ordenamos,

$$R/4 a^5 b - 10 a^3 b^3 + 9 a^2 b^4 + 6 a b^3 + 2 a b^5 + 3 b^4$$



Ejercítate, desarrolla en tu cuaderno:

1. En tu cuaderno desarrolla las siguientes sustracciones (restas)

  - de  $(12x^4 - 15x^3 + 8x^2 - x - 2)$  restar  $(6x^3 + 3x^2 - 6x + 9)$
  - de  $(7x^3 + x^2 - 4x + 5)$  restar  $(32x^3 + 3x^2 - 8x + 10)$
  - Restar  $(2a - 14b)$  de  $(-3a - 5b)$
  - Restar  $(\frac{3}{5}x + \frac{3}{2}xy + \frac{7}{2}xyz)$  de  $(6x - 4xy + \frac{1}{3}xyz)$

## *Operaciones combinadas*

➤ De la diferencia entre  $3a - 2b$  y  $2a -$ , restar la suma de  $8a - b$  con  $5a - b$ .

Como se dan cuenta, aparecen varias operaciones a realizar, en primer lugar, detallamos la operación principal...

De primeras aparece la palabra “De” y luego a mitad de la frase aparece “Restar” esto quiere decir que la operación principal es una resta, por lo tanto, esta será la última operación a desarrollar. Ahora miramos las otras operaciones e iniciamos a resolver la primera, en este caso nos dice diferencia, es decir una resta...

De la diferencia entre  $3a - 2b$  y  $2a - b$ , restar la suma de  $8a - b$  con  $5a - b$

Entonces hacemos la diferencia,

$(3a - 2b) - (2a - b) = 3a - 2b - 2a + b$ , luego buscamos términos semejantes. No olviden cambiar los signos

$$= a - b$$

Ahora vamos por la segunda parte...

# 1

De la diferencia entre  $3a - 2b$  y  $2a - b$ , restar la suma de  $8a - b$  con  $5a - b$

Se trata de una suma,

$$8a - b + 5a - b = 13a - 2b$$

Ya con los dos resultados obtenidos y solicitados ahora si podemos hacer la operación principal,

De la diferencia entre  $3a - 2b$  y  $2a - b$ , restar la suma de  $8a - b$  con  $5a - b$ , nos quedaría así:

De  $a - b$ , Restar  $13a - 2b$ ,

$$(a - b) - (13a - 2b) = a - b - 13a + 2b$$

$$R/ = -12a + b$$

- recuerda que en la resta se debe cambiar los signos del segundo polinomio o cualquier polinomio si viene antes un signo -
- Se debe ahora de buscar los términos semejantes, recuerda que cuando no hay coeficientes, este equivale al número "1"

## MULTIPLICACION DE POLINOMIOS

### MULTIPLICACION DE UN POLINOMIO POR UN MONOMIO.

Para multiplicar un polinomio por un monomio se aplica la ley distributiva, es decir el término que se encuentra solo y se multiplica por todos y cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta la ley de signos.

Es necesario que recuerdes los pasos y aspectos a tener en cuenta en la multiplicación e monomios. (ley de signos, los exponentes en la multiplicación se suman)

Se puede multiplicar de dos maneras, de manera horizontal y de manera vertical, similar a las operaciones anteriores.

# 1

# 2

# B

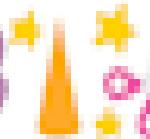
# C

# 2

1



B



2



C

**Ejemplo 1.**

Manera Horizontal

$$(3m^2n^5 + 13mn^6 - 8n^8) \cdot (-5mn)$$

$$\rightarrow (3m^2n^5)(-5mn) = -15m^3n^6$$

$$\rightarrow (13mn^6)(-5mn) = -65m^2n^7$$

$$\rightarrow (-8n^8)(-5mn) = +40mn^9$$

$$\text{R/ } -15m^3n^6 - 65m^2n^7 + 40mn^9$$

Manera Vertical:

$$\begin{array}{r}
 3m^2n^5 + 13mn^6 - 8n^8 \\
 \hline
 -5mn \\
 \hline
 -15m^3n^6 - 65m^2n^7 + 40mn^9
 \end{array}$$

**Ejemplo 2**

Horizontal:

$$(5a^3b + 6ab^2 - 4a^2) \left(-\frac{2}{5}ab\right)$$

$$\rightarrow (5a^3b) \left(-\frac{2}{5}ab\right) = -\frac{10}{5}a^4b^2 \quad \text{Simplificar}$$

$$= -2a^4b^2$$

$$\rightarrow (6ab^2) \left(-\frac{2}{5}ab\right) = -\frac{12}{5}a^2b^3 \quad \text{no se puede simplificar}$$

$$\rightarrow (-4a^2) \left(-\frac{2}{5}ab\right) = +\frac{8}{5}a^3b$$

$$\text{R/ } -2a^4b^2 - \frac{12}{5}a^2b^3 + \frac{8}{5}a^3b$$

1

A

B

C

1

A

B

C

1

A

Vertical:

$$\begin{array}{r}
 5a^3b + 6ab^2 - 4a^2 \\
 \hline
 -\frac{10}{5}a^3b - \frac{12}{5}a^2b^3 + \frac{8}{5}a^3b
 \end{array}$$

Se detallo a quien se puede simplifican

$$\begin{array}{r}
 2| -2a^3b - \frac{12}{5}a^2b^3 + \frac{8}{5}a^3b
 \end{array}$$

Ejemplo 3.

$$\begin{array}{r}
 \frac{2}{7}x^3y^2 - \frac{4}{9}x^2y + \frac{7}{8}xy \\
 \times \quad \quad \quad -\frac{2}{9}x^2y \\
 \hline
 -\frac{4}{63}x^5y^3 + \frac{8}{81}x^4y^2 - \frac{14}{72}x^3y^2
 \end{array}$$

### MULTIPLICACION DE POLINOMIO POR POLINOMIO

Para multiplicar dos polinomios, se multiplica cada uno de los términos del multiplicando por todos los términos del multiplicador, (es decir, todos contra todos) se ubica términos semejantes debajo de términos semejantes y luego se suma o resta o según corresponda (signos iguales se suman, signos diferentes se restan).

**1**

En este desarrollo es muy difícil y poco práctico hacerlo de manera horizontal, así que el proceso más adecuado y fácil es el vertical.

Se realiza una multiplicación normal, de izquierda a derecha preferiblemente.

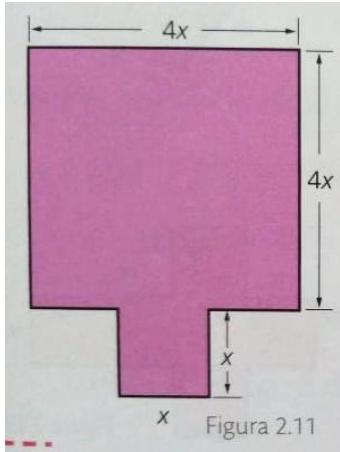
### Ejemplo 1.

Multiplicar  $(3x^2y - 2xy + 3y)$  por  $(xy + 2y)$

$$\begin{array}{r}
 3x^2y \quad -2xy \quad +3y \\
 \times \quad \quad \quad xy \quad +2y \\
 \hline
 3x^3y^2 \quad -2x^2y^2 \quad +3xy^2 \quad \xrightarrow{\text{Se multiplicó por } xy} \\
 \quad \quad \quad +6x^2y^2 \quad -4xy^2 \quad +6y^2 \quad \xrightarrow{\text{Se multiplicó por } 2y} \\
 \hline
 3x^3y^2 \quad +4x^2y^2 \quad -xy^2 \quad +6y^2 \quad \leftarrow \text{R}
 \end{array}$$

### Ejemplo 2.

Halla el área de la siguiente figura:



La Figura 2.11 se puede descomponer en dos cuadrados, uno de  $4x$  de lado y otro de lado  $x$ . Entonces, la superficie de la figura se obtiene al resolver la siguiente expresión:

$$(4x)(4x) + (x)(x)$$

Se simplifica la expresión y se obtiene:

$$\begin{aligned}
 (4x)(4x) + (x)(x) &= \\
 16x^2 + x^2 &= 17x^2
 \end{aligned}$$

El área de la figura es  $17x^2$ .

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10



Ejéctate, desarrolla en tu cuaderno las siguientes multiplicaciones:

1. Desarrolla las operaciones que aparecen en la columna A y luego relacionalo por medio de una línea con los resultados que aparecen en la columna B.

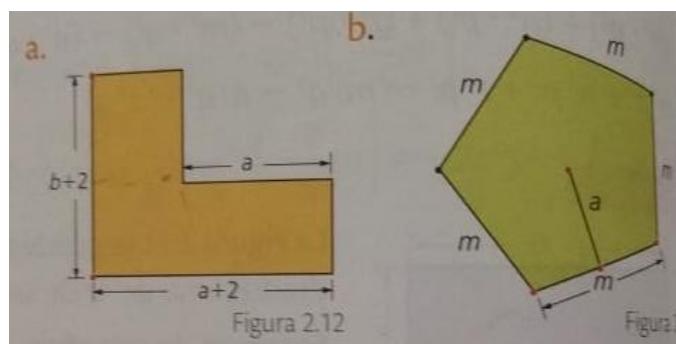
A

B

- a.  $(9x^3 + y^2z)(x^3y^4z)$   
b.  $(x^2z)(3x^2y^3 + z^4)$   
c.  $(-3y^3z)(x^3 + z^3)$   
d.  $(2x^6y^2)(2x^3 - y^7z^2)$   
e.  $(-3x^6 + y)(-2xy^7)$   
f.  $(-4x^3 - y)(4xy^3)$

- $-3x^3y^3z - 3y^3z^4$   
 $6x^7y^7 - 2xy^8$   
 $9x^6y^4z + x^3y^6z^2$   
 $3x^4y^3z + x^2z^5$   
 $-16x^4y^3 - 4xy^4$   
 $4x^9y^2 - 2x^4y^2z^2$

2. Determina y crea el polinomio que representa el área de cada una de las siguientes figuras.



*"Recuerda que en ocasiones tendremos que dividir una figura en varias para poder hallar el área total y si no recuerdas la fórmula de áreas, entonces recurre a la tabla de áreas que se encuentra en el módulo de geometría"*

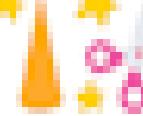
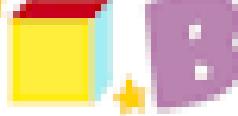
## DIVISION DE POLINOMIOS

### DIVISION DE UN POLINOMIO ENTRE UN MONOMIO

Al igual que en la multiplicación, se aplica la ley distributiva, es decir se divide cada uno de los términos del polinomio (dividendo) entre el monomio (divisor)

Se realiza la división normal, se tiene en cuenta la ley de signos y los exponentes se restan; en caso que el exponente del divisor sea mayor que el exponente del dividendo o no exista, entonces se deja la letra y el exponente en la parte de abajo (denominador)

1



2



C

Ejemplo 1.

$$\begin{aligned}
 20x^4 + 16x^3 + 8x^2 & : 4x^2 \\
 \frac{20x^4 + 16x^3 + 8x^2}{4x^2} & = \frac{20x^4}{4x^2} + \frac{16x^3}{4x^2} + \frac{8x^2}{4x^2} \\
 & = 5x^2 + 4x + 2
 \end{aligned}$$

Ejemplo 2.

$$\begin{aligned}
 8b - 12a^4b^3 - 6a^5b^2 + 10a & : 2ab^2 \\
 \frac{8b - 12a^4b^3 - 6a^5b^2 + 10a}{2ab^2} & = \frac{8b}{2ab^2} - \frac{12a^4b^3}{2ab^2} - \frac{6a^5b^2}{2ab^2} + \frac{10a}{2ab^2} \\
 & = \frac{4}{ab} - 6a^3b - 3a^2 + \frac{5}{b}
 \end{aligned}$$

### DIVISION ENTRE POLINOMIOS

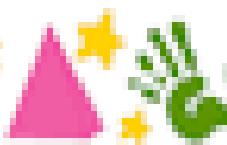
Es necesario tener en cuenta algunos pasos:

- Se ordena de mayor a menor los términos del dividendo y los términos del divisor con relación a una variable
- Se halla el primer término del cociente dividendo el primer término del dividendo por el primer término del divisor.
- Se multiplica todo el divisor por el término del cociente que hallado en el paso anterior y se ubican los productos debajo a sus semejantes del dividendo.
- Se restan las cantidades
- Se repite los pasos anteriores con cada uno de los términos del cociente.

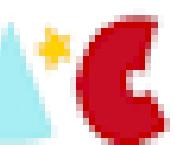
Ejemplo 1.

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 2x - 8 \quad | x + 2 \\
 \underline{-3x^2 - 6x} \quad \quad \quad 3x - 4 \\
 \hline
 \quad \quad \quad -4x - 8 \\
 \underline{+4x + 8} \\
 \hline
 \end{array}$$

1



B



Ejemplo 2.

Dividir  $x^2 + 3x + 2$  entre  $x + 1$ 

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 2 \\ - x^2 - x \\ \hline 0 + 2x + 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x \end{array}$$

1) Dividimos  $x^2$  entre  $x$ 

$$\frac{x^2}{x} = x$$

2) Ahora multiplicamos  $x$  por  $x+1$ 

$$(x+1)(x) = x^2 + x$$

- 3) Ubriremos debajo de sus semejantes en el Dividendo ojo, estos se colocan con el signo contrario
- 4) Ahora restamos o sumamos (signos iguales se suma, se resta si son signos distintos)
- 5) bajamos el siguiente término
- 6) Repetimos los pasos anteriores

Entonces,

$$\begin{array}{r} x^2 + 3x + 2 \\ - x^2 - x \\ \hline 0 + 2x + 2 \\ - 2x - 2 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} x+1 \\ \hline x+1 \end{array}$$

• Se coloca el signo del primer término

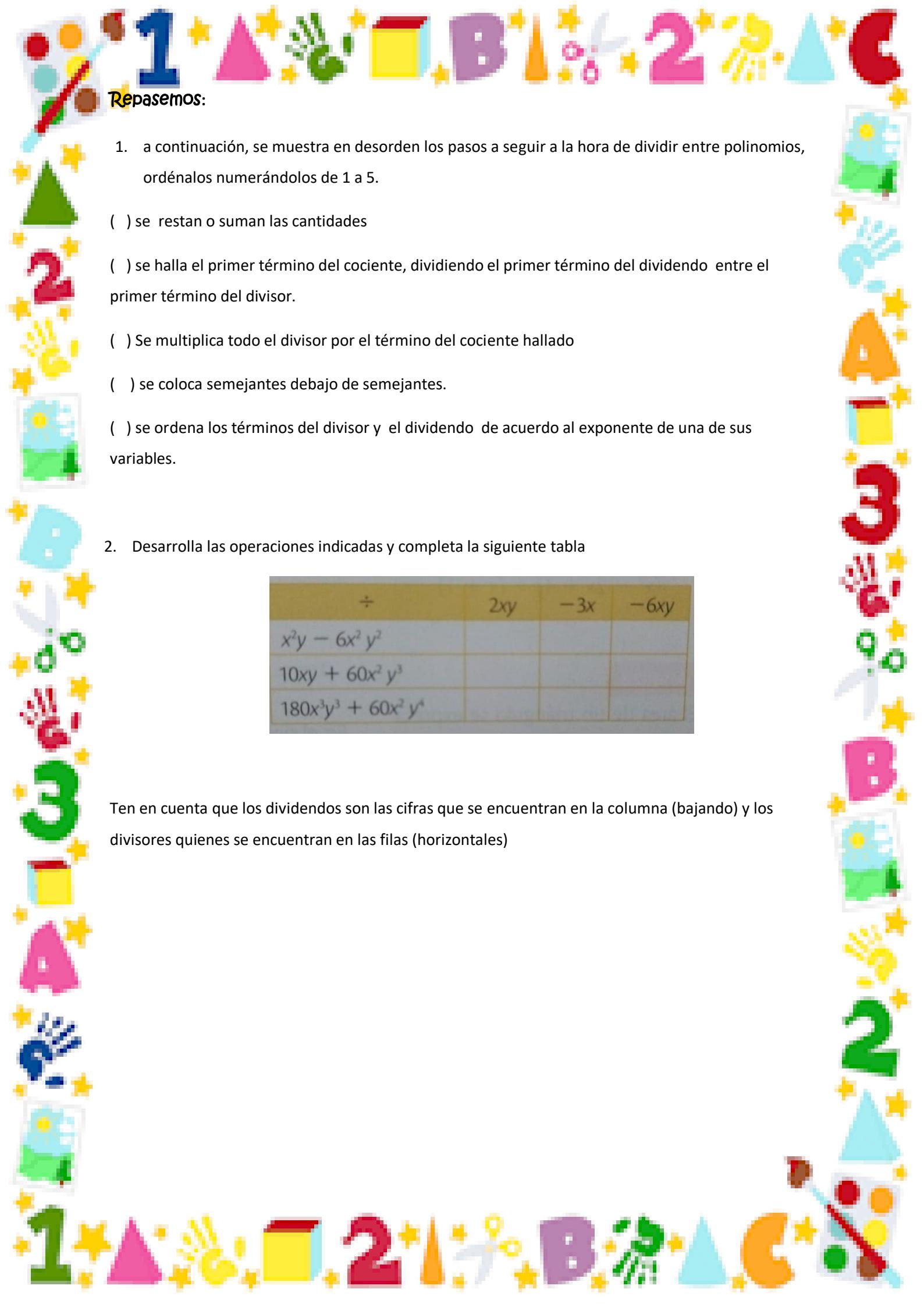
1) Dividimos  $2x$  entre  $x$ 

$$\frac{2x}{x} = 2$$

2) Multiplicamos  $2(x+1)$   
 $= 2x + 2$ 

Ejemplo 3. Con residuo

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20 \\ - x^4 - 3x^3 + 2x^2 \\ \hline -5x^3 - 9x^2 + 30x \\ 5x^3 + 15x^2 - 10x \\ \hline 6x^2 + 20x - 20 \\ - 6x^2 - 18x + 12 \\ \hline 2x - 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} x^2 + 3x - 2 \\ \hline x^2 - 5x + 6 \end{array}$$



# 1

# B

# 2

# C

## Repasemos:

1. a continuación, se muestra en desorden los pasos a seguir a la hora de dividir entre polinomios, ordénalos numerándolos de 1 a 5.

( ) se restan o suman las cantidades

( ) se halla el primer término del cociente, dividiendo el primer término del dividendo entre el primer término del divisor.

( ) Se multiplica todo el divisor por el término del cociente hallado

( ) se coloca semejantes debajo de semejantes.

( ) se ordena los términos del divisor y el dividendo de acuerdo al exponente de una de sus variables.

2. Desarrolla las operaciones indicadas y completa la siguiente tabla

÷	2xy	-3x	-6xy
$x^2y - 6x^2y^2$			
$10xy + 60x^2y^3$			
$180x^3y^3 + 60x^2y^4$			

Ten en cuenta que los dividendos son las cifras que se encuentran en la columna (bajando) y los divisores quienes se encuentran en las filas (horizontales)

A decorative banner featuring a variety of colorful, stylized icons. From left to right, the elements include: a large blue number '1' with a yellow star; a pink triangle; a green flower-like shape; a yellow star; a yellow notepad with a red spiral binding; a purple letter 'B' with a yellow star; an orange star; a yellow flower; a yellow star; a pink star; a yellow star; a pink number '2' with a yellow star; a yellow star; a blue triangle; a yellow star; and a red letter 'C'.

## ACTIVIDAD N° 4. OPERACIONES CON POLINOMIOS

## SUMAS Y RESTAS DE POLINOMIOS

1. Resuelve las siguientes operaciones:

- a. De  $3x^3y$ , restar  $-8x^3y$ .

b. Restar  $-2m^3n'$  de  $-15m^3n'$ .

c. De  $a^5 - 9a^3 + 6a^2 - 20$ , restar  $-a^4 + 11a^3 - a^2$ .

d. De  $\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}y - \frac{7}{9}z$ , restar  $-\frac{3}{5}y + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2}$ .

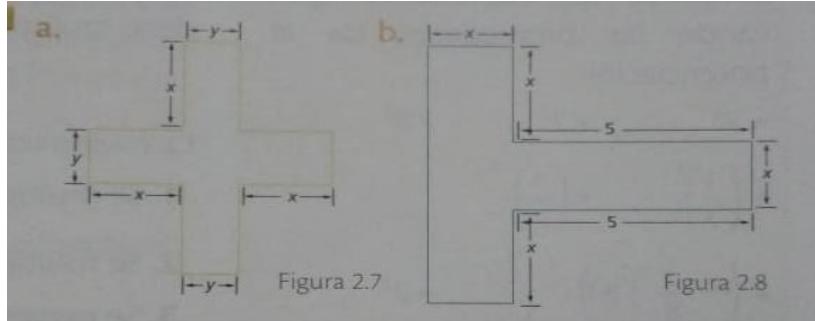
e. De la suma de  $a + b - 5$  con  $8a - 3b + 12$ , restar  $2a - 6b + 21$ .

f. De la suma de  $8m^2 + 5$  con  $-2 + 7m^2$ , restar la suma de  $20m - 8$  con  $-m^2 + 5m$ .

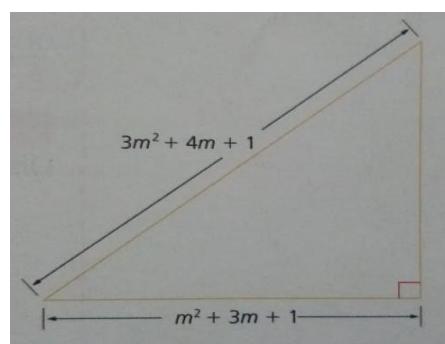
g. Restar la suma de  $2a + b$  con  $a - 3b$ , de la suma de  $-7a + 2b$  con  $a - b$ .

h. Restar  $\frac{8}{3}x - \frac{1}{6}x^2$  de la adición de  $x + 5x^2$  con  $\frac{5}{2}x - \frac{1}{3}x^2$ .

2. Determina y halla el perímetro de las siguientes figuras. Recuerda perímetro es la suma de todos sus lados.



3. Un colegio está distribuido por zonas. La zona de deportes tiene un área de  $(15mn - 5m)$ , la zona de cafetería y comidas tiene un área  $(7mn + 10m)$ , y la zona de salones tiene un área de  $(5mn + 3m)$ . calcula el área total del colegio.
  4. El perímetro del triángulo es  $5m^2 + 8m + 6$ . Encuentra el polinomio el polinomio que representa el lado que hace falta, puesto ya conoce los otros dos lados.

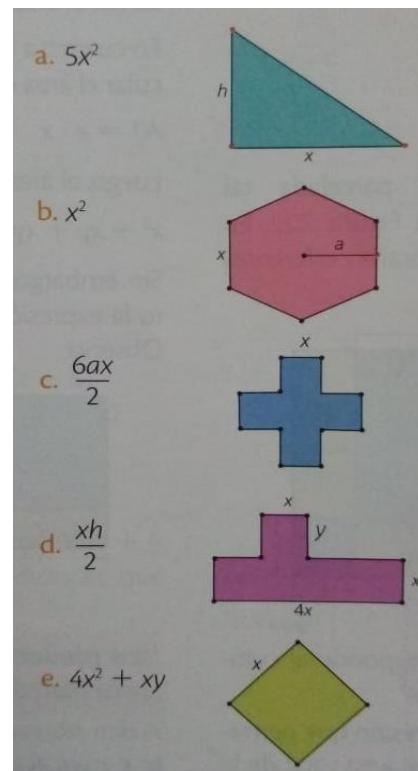


## MULTIPLICACION DE POLINOMIOS

1. Desarrolla primero las multiplicaciones, compara y luego indica si la operación es verdadera ( v ) o falsa ( f )

- a.  $(7x + 6)(2x) = 14x + 6x^2$  ( )  
b.  $x(3x^3 + 2y^2) = 3x^4 + 2xy^2$  ( )  
c.  $(2x - 1)(2x+1) = 4x^2 + 1$  ( )  
d.  $5xy^3(x^4+2y^5) = 5xy^3+10xy^8$  ( )  
e.  $(x+1)(x + 1) = x^2+1$  ( )  
f.  $3xy(3x^2 - 7y^2) = 9x^3y - 21xy^3$  ( )  
g.  $x^3(x^2 + y^3) = x^6 + x^3y^3$  ( )

2. Relaciona (une con una line) cada figura geométrica con el polinomio que representa su área

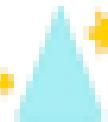


1



B

2



C

## DIVISION DE POLINOMIOS

1. Analiza y desarrolla:

El área de un rectángulo es  $5x^4 + 3x^3 + 17x^2 + 9x + 6$ . Si la longitud de su base es  $5x^2 + 3x + 3$ , ¿cuál es la altura del rectángulo?

?

$$5x^2 + 3x + 3$$

2. realiza cada operación y luego relaciona (con una línea) los resultados de la derecha

a. 
$$\frac{a^2 - 6a + 4}{2a}$$

$$5x^2 - 4xy + \frac{3}{y}$$

b. 
$$\frac{6x^2 + 8x - 24}{2x}$$

$$b + \frac{1}{2} - \frac{4}{b}$$

c. 
$$\frac{10x^2y^2 - 8xy^3 + 6y}{2y^2}$$

$$3x^2 - 2x - 5$$

d. 
$$\frac{25a^3b + 15ab^3}{5ab}$$

$$\frac{1}{2}a - 3 + 2a$$

e. 
$$\frac{2b^2 + b - 8}{2b}$$

$$3y^2 + 2y$$

f. 
$$\frac{15x^2 - 10x - 25}{5}$$

$$3x + 4 - \frac{12}{x}$$

g. 
$$\frac{9y^3 + 6y^2}{3y}$$

$$5a^2 + 3b^2$$



# 1

# 2

# 3

# A

# B

# C

# 1

# 2

# 3

# A

# B

# C

3. Resuelve las siguientes divisiones

- a.  $(a^2 + 3a + 2) \div (a + 1)$
- b.  $(6x^2 + 16x + 8) \div (3x + 2)$
- c.  $(6a^2 + a - 2) \div (2a - 1)$
- d.  $(4x^2 - 36) \div (2x - 6)$
- e.  $(3y^5 + 2y^2 - 12y - 4) \div (y^2 - 2)$
- f.  $(y^2 - 11y + 28) \div (y - 4)$
- g.  $(x^4 - 1) \div (x - 1)$
- h.  $(4a^3 - 5a) \div (2a - 1)$

*FIN DE LA ACTIVIDAD*

1

# PRODUCTOS NOTABLES Y COCIENTES NOTABLES

2

Como ya aprendimos las operaciones Básicas con monomios y polinomios, ahora vamos a devolvernos un poco hacia la multiplicación y división de polinomios y vamos a trabajar con los productos y cocientes notables.

## PRODUCTOS NOTABLES

Los productos notables son Multiplicaciones que se pueden calcular sin necesidad de hacer toda la operación (algoritmo) de la multiplicación, es decir es una operación abreviada o más corta, se dice "por simple inspección" pero para ello es necesario aprenderlos y relacionar algunas definiciones.

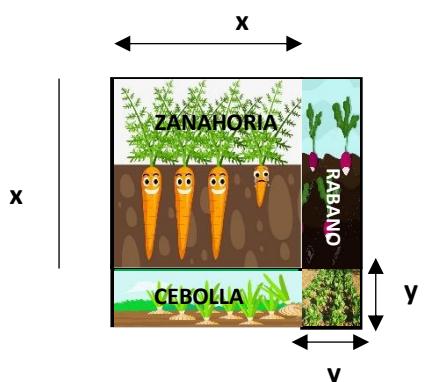
Tenemos (4) productos notables: *cuadrado de un binomio, producto de la suma por la diferencia de dos términos, producto de la forma  $(x+a)(x+b)$ , cubo de un binomio.*

### CUADRADO DE UN BINOMIO

Un binomio está compuesto por dos términos, ya sea que se sumen o que se resten. Para desarrollar el cuadrado de un binomio, estudiamos dos casos: el cuadrado de la **suma** de dos términos y el cuadrado de la **diferencia** de dos términos.

Analiza:

Una finca esta parcelada tal como se muestra en la figura, en cada región sembraron diferentes productos (Espinaca, rábanos, cebolla, espinaca), ¿Qué área corresponde al cultivo de espinaca? ¿Cuál es la expresión que permite determinar el área total de la finca?



Para hallar el área del cultivo de espinaca, se debe hallar el valor del cuadrado pequeño que se encuentra en la parte inferior.

$$\text{Area 1 (esp)} = \text{Lado} \times \text{lado} = \text{lado}^2$$

$$\text{Area 1 (esp)} = (y) (y) = y^2$$

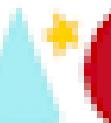
R/ el área del cultivo de espinaca es  $y^2$

Para hallar el área total, se puede calcular el área de cada uno de los cultivos y luego sumar.

$$\text{Area 2 (rabano)} = (x) (y) = xy$$

$$\text{Area 3 (cabolla)} = (x) (y) = xy$$

$$\text{Area 4 (zanh)} = (x) (x) = x^2$$

**1**

ahora se suman todos los resultados, por lo tanto:

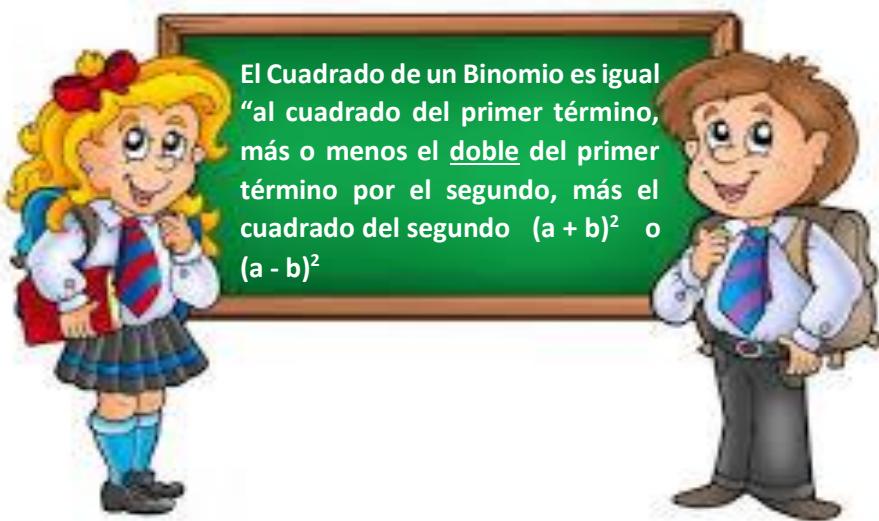
$$\text{Area total} = \text{Area 1} + \text{Area 2} + \text{Area 3} + \text{Area 4}$$

$$\text{Area Total} = Y^2 + xy + xy + x^2 \quad \text{Miramos términos semejantes,}$$

$$\text{Area Total} = Y^2 + 2xy + x^2, \text{ ahora ordenamos...}$$

$$\text{Respuesta: } \text{Area Total} = x^2 + 2xy + Y^2 \quad ($$

Existe una manera más corta de realizarlo y es por medio del cuadrado de un binomio... si te diste cuenta en la figura aparecieron dos cuadrados, se diferentes dimensiones, así que vamos aprendernos la definición del cuadrado de un binomio...



$$\text{Cuando sea suma.... } (a + b)^2$$

**ejemplos:**

- $(m + n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$
- $(2a + 4b)^2 = (2a)^2 + 2(2a)(4b) + (4b)^2$  ahora desarrollamos potencias...
 
$$= 4a^2 + 16 ab + 16 b^2$$
- $(3x + 7y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(7y) + (7y)^2$ 

$$= 9x^2 + 42 xy + 49 y^2$$
- $(2/3 p^2 + 1/5 q^3)^2 = (2/3p^2)^2 + 2(2/3p^2)(1/5 q^3) + (1/5 q^3)^2$ 

$$= 4/9 p^4 + 4/15 p^2q^3 + 1/25 q^6$$

$$\text{Cuando es resta... } (a - b)^2$$

# 1

Ejemplos:

- $(m - n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$
- $(2a - 4b)^2 = (2a)^2 - 2(2a)(4b) + (4b)^2$   
 $= 4a^2 + 16ab + 16b^2$
- $(3x - 7y)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(7y) + (7y)^2$   
 $= 9x^2 + 42xy + 49y^2$
- $(2/3 p^2 - 1/5 q^3)^2 = (2/3p^2)^2 - 2(2/3p^2)(1/5q^3) + (1/5q^3)^2$   
 $= 4/9 p^4 + 4/15 p^2q^3 + 1/25 q^6$

Si te diste cuenta la diferencia radico en el signo del segundo término en las respuestas...



Ahora intenta realizar los siguientes ejercicios en tu cuaderno, por el cuadrado de un binomio.

a.

$$(9 + 4m)^2$$

b.

$$(2x - 3z)^2$$

c.

$$\left(\frac{3}{6}w - \frac{1}{2}y\right)^2$$

## PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA DE DOS TERMINOS $(a-b)(a+b)$

El mismo título lo dice, es una multiplicación de dos términos en donde en uno se suma y en el otro se está restando y su definición es...

*El producto de la suma por la diferencia de dos términos es igual a la diferencia (resta) entre el cuadrado del primero y el cuadrado del segundo*



$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Primer término      segundo término      cuadrados      diferencia

# 1

# 2

# 2

# B

# C

# 2

# A

# 3

# B

Ejemplos:

- $(5m + 4n)(5m - 4n) = (5m)^2 - (4n)^2$   
 $= 25m^2 - 16n^2$
- $(2x^2 + 6y^3)(2x^2 + 6y^3) = (2x^2)^2 - (6y^3)^2$   
 $= 4x^4 - 36y^6$



Ejercítate, halla el producto de la suma por la diferencia de dos términos

- 1 a.  $(x - y) \cdot (x + y)$       b.  $(2a - 1) \cdot (2a + 1)$   
c.  $(1 - 3ax) \cdot (1 + 3ax)$     d.  $(a - b) \cdot (a + b)$

### PRODUCTO DE LA FORMA $(x + a)(x + b)$

Si te diste cuenta los dos binomios tienen en común el primer término ...

Sara, apréndete lo siguiente: el producto de la forma  $(x + a)(x + b)$  es igual al cuadrado del término común, más el producto de dicho término por la suma de los no comunes, más el producto de los términos comunes...



Si Juan, me lo aprenderé para poder realizar mis actividades y porque cuando estemos en décimo, once con el profesor Cenón y la universidad lo vamos a utilizar, gracias

Pasos a tener en cuenta:

- Se busca el término común y eleva al cuadrado

**1****A****B****2****C**

- Se multiplica el término común por la suma de los dos no comunes
- Se halla el producto de los no comunes.

Ejemplos:

- $(x+7)(x+6) = (x)^2 + x(7+6) + (7)(6)$   
 $= x^2 + 13x + 42$
- $(2m+4)(2m+2) = (2m)2 + 2m(4+2) + (4)(2)$   
 $= 4m^2 + 12m + 8$



practica, En tu cuaderno desarrolla los siguientes ejercicios:

- $(x+8)(x-6)$
- $(y^3-7)(y^3-4)$
- $(3a^2+8).(3a^2-7) =$
- $\left(\frac{1}{2}a^2+8\right).\left(\frac{1}{2}a^2-4\right) =$

### CUBO DE UN BINOMIO

En este caso ya nos referimos al cubo, es decir se utilizará como el numero 3 como exponente y también el 3 adelante cuando se refiera a el triple

**El cubo de un binomio** es equivalente al cubo del primer término, más o menos el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo término, más o menos el cubo del segundo término.

$$(a+b)^3 = (a)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 + (b)^3$$

$$(a-b)^3 = (a)^3 - 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2 - (b)^3$$

Ejemplos:

- $(2m-n)^3 = (2m)^3 - 3(2m)^2(n) + 3(2m)(n)^2 - (n)^3$   
 $= 8m^3 - 12m^2n + 6mn^2 - n^3$

No olvides que primero se eleva a la potencia y luego se multiplican las cifras, por ejemplo  $3(2m)^2(n)$ , se desarrolla primero la potencia, es decir  $(2m)^2 = 4m^2$  y ahora lo multiplicamos por el triple es decir por el 3, así:  $3(4m^2) = 12m^2$ , esta misma actividad se realiza con el tercer término.

1

2

3

4

5

6

$$\begin{aligned}
 \bullet (5x^2 + 4y)^3 &= (5x^2)^3 + 3(5x^2)^2(4y) + 3(5x^2)(4y)^2 + (4y)^3 \\
 &= 125x^6 + 3(25x^4)(4y) + 3(5x^2)(16y^2) + 64y^3 \\
 &= \mathbf{125x^6 + 300x^4y + 240x^2y^2 + 64y^3}
 \end{aligned}$$

Repasa, guíate por los ejemplos... desarrolla primero todos los ejercicios indicados y luego relacionalo con las respuestas.

- |  |   |
|--|---|
| a. $(a + 3)^3$                                   | ( ) $\frac{4}{9}a^2 - \frac{28}{9}ab + \frac{49}{9}b^2$ |
| b. $\left(\frac{7}{6}x + \frac{1}{2}m\right)^2$  | ( ) $\frac{1}{4}m^2 + \frac{7}{6}mx + \frac{49}{36}x^2$ |
| c. $\left(-\frac{2}{3}a + \frac{7}{3}b\right)^2$ | ( ) $x^2 - y^2$   |
| d. $(x + y)(x - y)$                              | ( ) $(m - n)(m + n)$                                    |
| e. $m^2 - n^2$                                   | ( ) $a^3 + 9a^2 + 27a + 27$                             |

## COCIENTES NOTABLES

Los cocientes notables se refieren a divisiones abreviadas o por simple inspección, en su resultado se obtienen polinomios exactos, es decir que el resto es igual a cero.

A continuación, nos basaremos en el texto de Matemáticas para grado 8 dado por el ministerio de educación (pág. 143, 144)

Sabemos que la división es la operación inversa de la multiplicación.

Con base en los productos notables acabados de estudiar podemos deducir los cocientes notables.

Recordemos que:

1.  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$  Cuadrado de un Binomio

Como  $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ , entonces dividiendo entre  $(a + b)$  ambos lados de la igualdad, tenemos:

$$\frac{(a + b)^2}{(a + b)} = \frac{(a + b)(a + b)}{(a + b)}, \text{ Luego, } \frac{(a + b)^2}{(a + b)} = (a + b)$$

2. Como  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ , entonces si dividimos entre  $(a + b)$  ambos lados de la igualdad, tenemos:

$$\frac{a^2 - b^2}{(a + b)} = \frac{(a + b)(a - b)}{(a + b)}, \text{ Luego, } \frac{a^2 - b^2}{(a + b)} = (a - b)$$

Del mismo modo podemos dividir ambos lados de la igualdad

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ , entre  $(a - b)$  y tenemos:

$$\frac{a^2 - b^2}{(a - b)} = \frac{(a + b)(a - b)}{(a - b)}, \text{ Luego, } \frac{a^2 - b^2}{(a - b)} = (a + b)$$

3. Sabemos que

Dividiendo  $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$ . ambos miembros de la igualdad entre  $a - b$ , obtenemos:

$$\frac{(a - b)(a^2 + ab + b^2)}{(a - b)} = \frac{a^3 - b^3}{a - b}, \text{ Luego, } a^2 + ab + b^2 = \frac{a^3 - b^3}{a - b}$$

O lo que es igual

$$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2$$

## REGLA DE RUFFINI

Es otra estrategia para llevar a cabo una división cuyo divisor tenga la forma  $(x - r)$ , en donde  $r$  es un numero entero.

Vamos a explicar por medio de un ejemplo:

Dividir  $(4x^3 + 12x^2 - 8)$  entre  $(x + 1)$ , pasos:

1. Se revisa el dividendo y organiza, en caso que haga falta algún termino se deja el espacio o coloca el cero "0".

$$4x^3 + 12x^2 \quad 0 \quad -8$$

2. Se escribe o dispone únicamente los coeficientes a la izquierda y del divisor se coloca solo el numero acompañante con el signo contrario, separados por una linea.

$$\begin{array}{r} 4 \quad +12 \quad 0 \quad -8 \\ \hline \end{array} \quad -1$$

3. Se baja el primer coeficiente, tal cual como se encuentre

$$\begin{array}{r}
 4 \quad +12 \quad 0 \quad -8 \quad | \quad -1 \\
 \hline
 4
 \end{array}$$

4. Ahora el coeficiente que se bajó se multiplica por el número del divisor y se escribe debajo del siguiente coeficiente.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad +12 \quad 0 \quad -8 \quad | \quad -1 \\
 \quad \quad -4 \\
 \hline
 4
 \end{array}
 \quad (4)(-1) = -4$$

5. Se realiza la operación pertinente, signos iguales se suman, signos diferentes se restan y coloca el signo del número más grande.

$$\begin{array}{r}
 4 \quad +12 \quad 0 \quad -8 \quad | \quad -1 \\
 \quad -4 \\
 \hline
 4 \quad +8
 \end{array}$$

6. Se repite nuevamente todos los pasos

$$\begin{array}{r}
 4 \quad +12 \quad 0 \quad -8 \quad | \quad -1 \\
 \quad -4 \quad -8 \quad +8 \\
 \hline
 4 \quad +8 \quad -8 \quad 0
 \end{array}$$

7. Para dar respuesta se toman los coeficientes obtenidos y se les adjudica la primera letra del dividendo, pero con un exponente menor...entonces empezaba con  $x^3$  ahora iniciamos con  $x^2$ , la última cifra será el residuo.

$$4x^2 + 8x - 8 \text{ con residuo } 0$$

**Respuesta:**

$$(4x^3 + 12x^2 - 8):(x + 1) = 4x^2 + 8x - 8 \text{ y residuo } 0$$

**1****2****3****4****5****6****7****8****9****10****Ejemplo:**

$$(3x^2 + 2x - 8) : (x + 2)$$

3	2	-8	-2
		-6	+8
<hr/>			
3	-4	0	

$$\text{R/ } 3x - 4 \text{ con residuo 0}$$

**2****B****3****A****4****5****1****A****3****6****B****2****1****C**

## ACTIVIDAD N° 5. PRODUCTOS NOTABLES, COCIENTES NOTABLES Y REGLA DE RUFFINI

### PRODUCTOS NOTABLES

1. Determina en cada caso si la afirmación es verdadera (v) o falsa (f)

- ( ) Para hallar el cubo de un binomio, el primer y segundo término se elevan al cuadrado.  
( ) en el cuadrado de un binomio, todos los términos se elevan al cuadrado.  
( ) al multiplicar la suma por la diferencia de un binomio, su resultado es el primer término elevado al cuadrado  
( ) el producto de la forma  $(x+a)(x+b)$  es equivalente al cuadrado del término común más el producto de los no comunes.

2. en los recuadros, escribir el nombre del producto notable utilizado para su desarrollo

a.  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

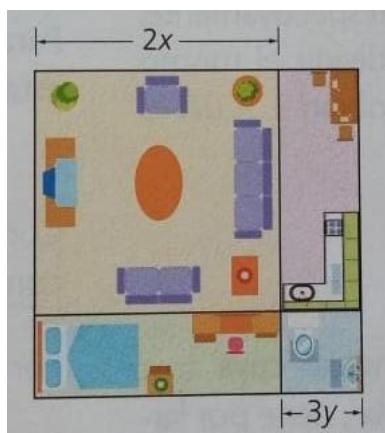
b.  $(v+w)(v-w) = v^2 - w^2$

c.  $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$

d.  $(a+b)(a+c) = a^2 + ab + ac + bc$

3. Analiza y responde...

- a. un aparta-estudio de forma cuadrada mide  $2x + 3y$  de lado, como se muestra en la figura  
¿Cuál es el área total del aparta-estudio?



1

A

B

2

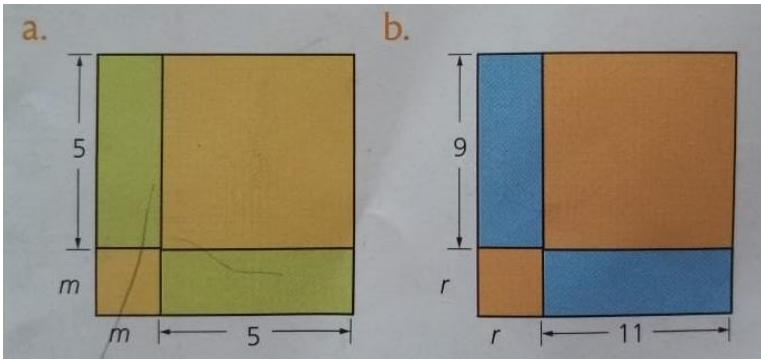
B

2

C

C

- b. un carpintero necesita hacer una puerta para una alacena o gabinete en su cocina. Si se sabe que las medidas de la puerta son  $(3x + 9)$  y  $(3x - 9)$ , respectivamente. ¿Cuál es el área de la puerta?
- c. Miguel compro una nueva CPU para su computadora. Si tiene un espacio de  $100x^2 + 24x - 8$  y la CPU tiene unas medidas de  $(10x + 3)$  y  $(10x - 1)$ , ¿podrá instalarse en este espacio?
- d. El nuevo televisor que compro una tienda de videos juegos, tiene las siguientes dimensiones  $(1/2x + 4)$   $(1/2x - 8)$ . ¿Cuál es el área del televisor?
4. Para cada una de las siguientes figuras obtén una expresión simplificada para el área, aplicando la teoría de los productos notables



## COCIENTES NOTABLES

**Cociente De La Diferencia De Los Cuadrados De Dos Cantidadess Entre La Suma O La Diferencia.**

Ejemplo.

$$\frac{9x^2 - y}{3x + y} = 3x - y$$

$$\frac{1 - x^4}{1 - x^2} = 1 + x^2$$

Recuerda, cuando un término es diferencia y el otro es suma (adición), el resultado da una diferencia (resta)

Cuando los dos términos son diferencia, el resultado es una suma (adición)

Desarrolla por simple inspección

1

A

B

2

B

2

C

C

C

1

A

B

C

1

2

3

4

5

6

$$\begin{array}{l}
 \text{a. } \frac{36 m^2 - 49 n^2}{6 m - 7 n} \\
 \text{b. } \frac{4x^2 - 9m^2n^4}{2x + 3mn^2} \\
 \text{c. } \frac{1 - 9x^{2m+4}}{1 + 3x^{m+2}} \\
 \text{d. } \frac{81a^6 - 100b^8}{9a^3 - 10b^4}
 \end{array}$$

### Cociente de la Suma o Diferencia de los Cubos de dos Continuidades Entre Suma o Diferencia de las Cantidadess

La suma de los cubos de dos cantidades dividida por la suma de las cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad menos el producto de la primera por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

La diferencia de los cubos de dos cantidades dividida por la diferencia de las cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más el producto de la primera por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}
 \frac{27x^6 + 125y^9}{3x^2 + 5y^3} &= (3x^2)^2 - (3x^2)(5y^3) + (5y^3)^2 \\
 &= 9x^4 - 15x^2y^3 + 25y^6
 \end{aligned}$$

Desarrolla por simple inspección:

$$\begin{array}{l}
 \text{a. } \frac{8x^3 + 27y^3}{2x + 3y} \\
 \text{b. } \frac{64a^3 + 343}{4a + 7} \\
 \text{c. } \frac{125 - 343x^5}{5 - 7x^5} \\
 \text{d. } \frac{1 + a^3b^3}{1 + ab}
 \end{array}$$

1

2

3

4

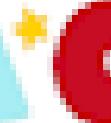
5

6

7

8

1



**Cociente De La Suma O La Diferencia De Potencias Iguales De Dos Cantidades Entre La Suma O Diferencia De Las Cantidades**

$$\frac{a^5 + b^5}{a + b} = a^4 - a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4$$

$$\begin{aligned} \frac{64 a^6 - 729 b^6}{2 a + 3b} &= (2a)^5 - (2a)^4(3b) + (2a)^3(3b)^2 - (2a)^2(3b)^3 + (2a)(3b)^4 - (3b)^5 \\ &= 32a^5 - 48 a^4b + 72 a^3b^2 - 108 a^2b^3 + 162 ab^4 - 243b^5 \end{aligned}$$

Desarrolla por simple inspección:

a. 
$$\frac{m^{16} - n^{16}}{m^4 - n^4}$$

b. 
$$\frac{8m^3 + n^6}{2m + n^2}$$

c. 
$$\frac{x^{24} - 1}{x^6 - 1}$$

### REGLA DE RUFFINI

- Resuelve las siguientes divisiones utilizando la regla de Ruffini
  - $(x^3 + 4x^2 + x - 2) \div (x + 1)$
  - $(x^3 + 3x^2 - 6x - 8) \div (x - 2)$
  - $(x^3 + 6x^2 + 14x + 24) \div (x + 4)$
  - $(2x^3 - 5x^2 - 30x + 11) \div (x + 3)$
  - $(2x^4 - 10x^2 + 8) \div (x + 2)$

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

2. Analiza y resuelve:

- a. Juan confundió los números aplicando la regla de Ruffini y le quedó el siguiente resultado

5	4	-2	-3	-1
	-7	10	2	
-10	-2	7	14	

Ayuda a Juan a reconstruir la división, sabiendo que el divisor y el residuo están bien, pero que los demás números están desordenados

3. Une con una línea los términos correspondientes

**Divisor**      **Residuo**

$(x + 3)$       42

$x^2 + 5x + 6$        $(x + 1)$       2

$(x - 4)$       0

*FIN DE LA ACTIVIDAD*